

## Obliczanie w programie „Emisja” niepewności pomiaru stężenia pyłu wg. PN-EN 13284

„Emisja ze źródeł stacjonarnych

Oznaczanie stężenia masowego pyłu w zakresie  
niskich wartości. Część I. Manualna metoda grawimetryczna”

Stężenie pyłu w warunkach normalnych jest obliczane ze wzoru:

$$c_s = \frac{1013,25hPa}{273,15K} \cdot \frac{(273K + t_m)}{(p_{atm} + \Delta p)} \cdot \frac{(m_2 - m_1)}{V_m}$$

Gdzie:

$m_1$  - masę pustego filtra (przed pobieraniem próbek);

$m_2$  - masa filtra obciążonego pyłem (po pobraniu próbki);

$V_m$  - objętość gazu;

$t_m$  - temperatura na gazomierzu;

$\Delta p$  - ciśnienie na gazomierzu (podciśnienie jest traktowane jako liczba ujemna) ;

$P_{atm}$  - ciśnienie atmosferyczne;

Niepewność złożona jest sumą geometryczną udziałów niepewności składowych:

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^n c_i^2 u^2(x_i)}$$

gdzie :

$c_i^2$  jest współczynnikiem czułości obliczanym z różniczki cząstkowej  $\frac{\partial f}{\partial x_i}$

Wartości  $u(x_i)$  są niepewnościami standardowymi uzyskanymi z oszacowań typu A lub B

Poniżej omówienie sposobu oszacowania niepewności poszczególnych składowych

## 1. Masa pyłu

Wariancja niepewności jednego ważenia wynosi :

$$u(m_1)^2 = u_{cal}^2 + u_{drift}^2 + u_{res}^2$$

składa się z:

- $u_{cal}$  niepewności kalibracji
- $u_{drift}$  niepewności dryftu
- $u_{res}$  niepewności związanej z rozdzielczością wagi

Norma przewiduje dwa sposoby oszacowania niepewności masy pyłu:

1. Na podstawie odchylenia standardowego ważenia masy referencyjnej
2. Z kalibracji wagi

W programie została zastosowana druga metoda.

$$u_{cal}(m) = \frac{U_{cal}}{2}$$

Gdzie  $U_{cal}$  - rozszerzona niepewność kalibracji wagi

Niepewność udziału dryfu

$$u_{drift}(m) = \frac{a_{drift}}{\sqrt{3}}$$

gdzie  $a_{drift}$  - błąd graniczny związany z dryftem wagi

Niepewność wkładu rozdzielczości wyświetlacza

$$u_{res}(m) = \frac{a_{res}}{2\sqrt{3}}$$

Przykład obliczenia.

$$U_{cal} = 0,2 \text{ mg}$$

$$a_{drift} = 0,05 \text{ mg}$$

$$a_{res} = 0,1 \text{ mg}$$

$$u(m_1) = 0,108 \text{ mg}$$

Jeżeli masa  $m$  zgromadzonego pyłu jest mała w porównaniu z masą filtracyjną  $m_1$  (co zwykle ma miejsce), można przyjąć równe niepewności pomiaru przed i po ważeniu:

$$\text{var}(m_2) = \text{var}(m_1)$$

Wtedy

$$u(m) = \sqrt{2 \text{var}(m_1)}$$

$$u(m) = 0,1528 \text{ mg}$$

## 2. Objętość przepuszczonego gazu

Niepewność objętość gazu w warunkach normalnych ( $V_0$ ) zależy od wkładu poszczególnych wielkości mierzalnych

$$\text{var}(V_0) = e^2(V_m) \cdot \text{var}(V_m) + e^2(t_m) \cdot \text{var}(t_m)$$

Niepewność pomiaru objętości w warunkach rzeczywistych ( $V_m$ )

$$\text{var}(V_m) = u^2(V_{ref}) + u_{rep}^2(V_m) + 2 \cdot u_{res}^2(V_m)$$

Gdzie:

W przykładzie brane są pod uwagę niepewności następujących wielkości :

$u(V_{ref})$  – niepewność wynikająca z kalibracji;

$u(V_{rep})$  - odchylenie standardowe otrzymanego w wyniku powtarzanych pomiarów tej samej próbki gazu

$u(V_{res})$  - rozdzielczość wyświetlacza.

$$u(V_{ref}) = \frac{U(V_{ref})}{2}$$

$$u_{rep}(V_m) = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (V_{m,i} - \bar{V}_m)^2}$$

$$u_{res}(V_m) = \frac{a_{res}}{2\sqrt{3}}$$

Przykład obliczenia:

$$u(V_{ref}) = 0,02 \text{ m}^3$$

$u(V_{rep}) = 0,03 \text{ m}^3$  (zakłada się, że użytkownik dysponuje odchyleniem stand. z wzorcowania przepływomierza)

$$u(V_{res}) = 0,001 \text{ m}^3$$

$$u(V_m) = 0,0316 \text{ m}^3$$

### 3. Ciśnienie atmosferyczne

Wariancję zmierzonego ciśnienia atmosferycznego  $\text{var}(p_{\text{atm}})$  oblicza się w następujący sposób:

$$\text{var}(p_{\text{atm}}) = u_{\text{cal}}^2(p_{\text{atm}}) + u_{\text{drift}}^2(p_{\text{atm}}) + u_{\text{res}}^2(p_{\text{atm}})$$

gdzie:

gdzie:

$u_{\text{cal}}(p_{\text{atm}})$  to wkład niepewności na podstawie rozszerzonej niepewności według certyfikatu kalibracji;

$U_{\text{cal}}$  jest rozszerzoną niepewnością barometru zgodnie z certyfikatem kalibracji; za normalny rozkład wartości, poziom ufności 95% i wystarczająca liczba stopni swobody są przyjęte dla określenia rozszerzonej niepewności ( $n \rightarrow \infty$ ;  $k = 2$ ).

$$u_{\text{cal}}(p_{\text{atm}}) = \frac{U_{\text{cal}}}{2}$$

- dryft wyświetlacza barometru

$$u_{\text{drift}}(p_{\text{atm}}) = \frac{a_{\text{drift}}}{\sqrt{3}}$$

gdzie:

$u_{\text{drift}}(p_{\text{atm}})$  to udział niepewności w dryfowaniu barometru;

$a_{\text{drift}}$  to zaobserwowany dryft w okresie pomiaru.

Przyjmuje się, że dryf jest podany jako rozkład prostokątny. Następnie liczba stopni swobody jest nieskończona.

- rozdzielczość wyświetlacza:

$$u_{\text{res}}(p_{\text{atm}}) = \frac{a_{\text{res}}}{2\sqrt{3}}$$

gdzie:

$u_{res}(p_{atm})$  to niepewność wynikająca z rozdzielczości wyświetlania

$a_{res}$  to niedokładność wyświetlania (spacja między dwiema liniami skalowania wyświetlacza analogowego lub najmniejszy możliwy krok wyświetlacza cyfrowego).

Przyjmuje się, że błąd odczytu podano jako rozkład prostokątny. Następnie liczba stopni swobody jest nieskończona.

Przykład obliczeń:

$U_{cal} = 1$  hPa;  $u_{cal} = 0,5$  hPa;  $a_{drift} = 2$  hPa,  $u_{drift} = 1,1547$  hPa,  $a_{res} = 0,1$  hPa,  $u_{res} = 0,02887$  hPa

Stąd  $u(p_{atm}) = 1,2586$  hPa

#### 4. Podciśnienie

Wyznaczanie wariancji względnego ciśnienia na gazomierzu

$$\text{var}(\Delta p) = u_{mean}^2(p_m) + u_{res}^2(\Delta p)$$

gdzie:

$u_{mean}$  - niepewność wynikająca z zaobserwowanych i zarejestrowanych zmian podciśnienia podczas pobierania próbek, obliczana ze wzoru

$$u_{mean}(p_m) = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (p_i - \bar{p})^2}$$

gdzie:

$u_{mean}(p_m)$  to niepewność związana z wahaniami podciśnienia;

$p_i$  jest i-tą zmierzoną wartością niskiego podciśnienia;

$\bar{p}$  jest średnią wartością pomiarów ciśnienia;

$n$  to liczba pomiarów ciśnienia

$u_{res}$  - rozdzielczość wyświetlacza

$$u_{res}(\Delta p) = \frac{a_{res}}{2\sqrt{3}}$$

gdzie:

$u_{res}(\Delta p)$  jest niepewnością wynikającą z rozdzielczości wyświetlania;

$a_{res}$  to niedokładność wyświetlania (spacja między dwiema liniami podziału).

Przykład obliczeń:

Odczyty podciśnienia importowane z pyłomierza P10ZA

Lp	$\Delta p$ hPa
1	3,3941
2	3,3234
3	3,541
4	3,4003
5	3,3852
6	3,581
7	3,552
8	3,4261
9	3,4694
10	3,4168

$$u_{\text{mean}}(p_m) = 0,02661 \text{ hPa}$$

Rozdzielczość wyświetlacza  $a_{\text{res}} = 0,001 \text{ hPa}$ ,  $u_{\text{res}} = 0,0002887 \text{ hPa}$ . Stąd  $u(p_m) = 0,02661 \text{ hPa}$

## 5. Temperatura

Wariancja temperatury

$$\text{var}(T_m) = u_{\text{mean}}^2(T_m) + u_{\text{cal}}^2(T_m) + u_{\text{res}}^2(T_m)$$

gdzie:

$u_{\text{mean}}(T_m)$  to niepewność średniej wartości temperatury z powodu losowej temperatury pomiaru

$$u_{\text{mean}}(T_m) = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (T_{m,i} - \bar{T}_m)^2}$$

gdzie:

$T_{m,i}$  jest i-tą mierzoną wartością temperatury;

$\bar{T}_m$  średnia wartość mierzonych temperatur;

$n$  liczba pomiarów temperatury.

Liczba stopni swobody jest równa  $n - 1$ .

$u_{\text{cal}}$  – niepewność stosowanego miernika temperatury:

$$u_{\text{cal}}(T_M) = \frac{U_{\text{cal}}}{2}$$

gdzie:

$u_{cal}(T_m)$  to niepewność mierzonego termometru stosowanego do pomiaru;  
 $U_{cal}$  jest rozszerzoną niepewnością określoną przez producenta lub organ dokonujący pomiaru; za normalny rozkład wartości, poziom ufności 95% i wystarczająca liczba stopni swobody są przyjęte dla określenia rozszerzonej niepewności ( $n \rightarrow \infty$ ;  $k = 2$ );

$$u_{res}(T_m) = \frac{a_{res}}{2\sqrt{3}}$$

gdzie:

$u_{res}(T_m)$  jest niepewnością wynikającą z rozdzielczości wyświetlania;  
 $a_{res}$  to niedokładność wyświetlania (odstęp między dwiema liniami skalowania wyświetlacza analogowego lub najmniejszy możliwy krok wyświetlacza cyfrowego).  
Przyjmuje się, że błąd odczytu podano jako rozkład prostokątny. Liczba stopni swobody jest nieskończona.

Przykład obliczeń

Lp	$t_m$ °C
1	21,9
2	22,1
3	22,2
4	22,4
5	22,5
6	22,6
7	22,7
8	22,9
9	23,2
10	23,1

$$u_{mean}(T_m) = 0,13515 \text{ °C}$$

$$a_{res} = 0,1 \text{ °C}, u_{res} = 0,02887 \text{ °C}, U_{cal} = 0,2, u_{cal} = 0,1$$

$$u(T_m) = 0,1706 \text{ °C}$$

## 6. Obliczanie niepewności objętości gazu w warunkach umownych

Wariancję standardowej objętości oblicza się za pomocą następującego wzoru:

$$\text{var}(V_{m,s}) = e^2(V_m) \cdot \text{var}(V_m) + e^2(p_{atm}) \cdot \text{var}(p_{atm}) + e^2(\Delta p) \cdot \text{var}(\Delta p) + e^2(t_m) \cdot \text{var}(t_m)$$

### 6.1. Obliczanie współczynników czułości objętości gazu

Współczynnik czułości ciśnienia atmosferycznego

$$e(V_m) = F \cdot \frac{p_{atm} + \Delta p}{273K + t_m}$$

Współczynnik ciśnienia atmosferycznego

$$e(p_{atm}) = F \cdot \frac{V_m}{273K + t_m}$$

Współczynnik czułości podciśnienia

$$e(\Delta p) = F \cdot \frac{V_m}{273K + t_m}$$

Przykład obliczeń:

$$e(V_m) = 0,8993695$$

$$e(p_{atm}) = 0,003277$$

$$e(\Delta p) = 0,003277$$

$$\text{var}(V_{m,s}) = 0,0008295$$

$$u(V_{m,s}) = 0,0288 \text{ m}^3$$

### 7. Obliczenie niepewności stężenia pyłu w warunkach normalnych

Stężenie pyłu  $c_s$  dla normalnych warunków oblicza się w następujący sposób:

$$c_s = \frac{m}{V_{m,s}}$$

gdzie :

m – masa zebranego pyłu

$V_{m,s}$  – objętość gazu w warunkach normalnych

Niepewność pomiaru dla tego stężenia pyłu, wyrażona jako wariancja, jest podana poniżej

$$\text{var}(c_s) = e^2(m) \cdot \text{var}(m) + e^2(V_{m,s}) \cdot \text{var}(V_{m,s})$$



Współczynniki czułości są uzyskiwane jako pochodne cząstkowe

$$e(m) = \frac{1}{V_{m,s}}$$

$$e(V_{m,s}) = -\frac{m}{V_{m,s}^2}$$

$$\text{var}(c_s) = \left(\frac{1}{V_{m,s}}\right)^2 \cdot \text{var}(m) + \left(-\frac{m}{V_{m,s}^2}\right)^2 \cdot \text{var}(V_{m,s})$$

Przykład obliczeń:

Współczynniki czułości

$$e(m) = 0,3093$$

$$e(V_{m,s}) = -1,913414$$

$$\text{var}(c_s) = 0,0053$$

$$u(c_s) = 0,073 \text{ mg/m}^3$$

Masa zebranego pyłu  $m = 20 \text{ mg}$

Objętość gazu w warunkach normalnych  $V_{m,s} = 3,23304 \text{ m}^3$

Stężenie pyłu =  $20/3,23304 = 6,19 \text{ mg/m}^3$

Niepewność standardowa stężenia pyłu wyrażona w procentach =  $0,05/6,19 \cdot 100 = 1,2 \%$ .

Niepewność rozszerzona dla  $P=95 \%$   $k=2$ ,  $2,4 \%$ ,

Przykład raportu z programu „Emisja”.

Główna składowa Wartość	Składowa drugorzędna	Jedn. miary	Niepewność rozszerz. lub błąd graniczny	Niepewność standardowa	Udział w łącznej niepewności, %
Masa pyłu	Niepewność rozszerzona z kalibracji wagi	mg	0,2	0,1	
20 mg	Dryft wagi	mg	0,05	0,02887	
	Rozdzielczość wyświetlacza	mg	0,1	0,02887	
Niepewność złożona masy pyłu		mg		0,1528	42,365
Ciśnienie atmosferyczne	Niepewność rozszerzona z kalibracji barometru	hPa	1	0,5	
990,0 hPa	Dryft barometru	hPa	2	1,155	
	Rozdzielczość wyświetlacza	hPa	0,1	0,02887	
Niepewność złożona ciśnienia atmosferycznego		hPa		1,259	1,182
Objętość	Niepewność rozszerzona	m <sup>3</sup>	0,02	0,01	

przepuszczonego gazu w war.gazomierza 3,5948 m <sup>3</sup>	urządzenia do pomiaru objętości, z kalibracji				
	Odchylenie standardowe powtarzanych pomiarów wzorca	m <sup>3</sup>	0,03	0,03	
	Rozdzielczość wyświetlacza	m <sup>3</sup>	0,001	0,0002887	
Niepewność złożona objętości gazu		m <sup>3</sup>		0,0316	56,211
Podciśnienie w gazomierzu 3,4 hPa	Niepewność związana z wahaniem podciśnienia	hPa	0,02661	0,02661	
	Rozdzielczość wyświetlacza	hPa	0,001	0,0002887	
Niepewność złożona podciśnienia		hPa		0,02661	0,001
Temperatura w gazomierzu 22,6°C	Niepewność związana z wahaniem temperatury	°C	0,1352	0,1352	
	Niepewność rozszerzona z kalibracji termometru	°C	0,2	0,1	
	Rozdzielczość wyświetlacza	°C	0,1	0,02887	
Niepewność złożona temperatury		°C		0,1706	0,242
Niepewność złożona pomiaru stężenia pyłu		mg/m <sup>3</sup>		0,0726	

Łączna niepewność standardowa pomiaru stężenia pyłu 0,0726 mg/m<sup>3</sup>, 1,2 %